

**МАТЕМАТИКА**

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ**  
**20. 2. 2022.**

## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
20.02.2022.

### III разред

1. Породица Васић је кренула на море у 14 h 30 min. Када је породица Васић стигла на море ако је успут направила две паузе од по 45 min, а у вожњи је провела 13 h 20 min?
2. Између неких или свих цифара 2 0 2 2 стави знаке рачунских операција, а по потреби и заграде, тако да вредност добијеног израза буде:  
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5.  
(Цифре 2, 0, 2, 2 не смеју мењати места.)
3. У Периној улици све куће са леве стране су означене свим непарним бројевима од 1 до 31, а све куће са десне стране свим парним бројевима од 2 до 28. Колико кућа има у Периној улици и колико је укупно цифара употребљено за означавање тих кућа?
4. Нацртај праве  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , ако знаш да је права  $a$  нормална на праву  $b$ , да је права  $a$  паралелна правој  $c$  и права  $d$  паралелна правој  $c$  (све 4 праве су међусобно различите). У каквом су положају праве:  
а)  $b$  и  $d$ ; б)  $a$  и  $d$ ; в)  $c$  и  $b$ ?
5. Узбиру  
 $M + A + T + E + M + A + T + И + K + A$   
истим словима одговарају исте, а различитим словима различите цифре. Одреди те цифре тако да овај збир буде најмањи могућ.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 54/5) Породица је на паузама провела  $2 \cdot 45 \text{ min} = 1 \text{ h } 30 \text{ min}$  [4 бода], па је на путу укупно провела  $13 \text{ h } 20 \text{ min} + 1 \text{ h } 30 \text{ min} = 14 \text{ h } 50 \text{ min}$  [4 бода]. Како су кренули у 14 h 30 min, стигли су сутрадан у 5 h 20 min [12 бодова].

2. Задатак има више решења. Нека могућа решења су:

а)  $2 \cdot 0 + 2 : 2 = 1$ ; б)  $2 + 0 \cdot 2 \cdot 2 = 2$ ; в)  $2 + 0 + 2 : 2 = 3$ ;

г)  $2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 = 4$ ; д)  $20 : (2 + 2) = 5$ .

[Сваки тачно написан израз, на дати или други начин, по 4 бода.]

3. Са леве стране има 16 кућа [4 бода], а са десне 14 кућа [4 бода], па је укупан број кућа 30 [2 бода]. За нумерацију ових кућа употребљено је 9 једноцифрених бројева и  $30 - 9 = 21$  двоцифрени број [4 бода]. Дакле, укупно је употребљена  $9 \cdot 1 + 21 \cdot 2 = 9 + 42 = 51$  цифра [6 бодова].

4. [Тачно нацртана слика 5 бодова].

а)  $b \perp d$  [5 бодова];

б)  $a \parallel d$  [5 бодова];

в)  $c \perp b$  [5 бодова].



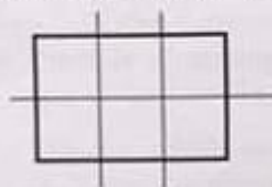
5. (МЛ 55/1) Узбиру  $M + A + T + E + M + A + T + И + K + A$  слово  $A$  се појављује 3 пута, слова  $M$  и  $T$  по 2 пута, а слова  $E$ ,  $И$ ,  $K$  по једанпут [5 бодова]. Збир ће бити најмањи када се слово које се појављује највише пута замени најмањом цифром итд [4 бода]. Дакле,  $A = 0$  [1 бод],  $M = 1$ ,  $T = 2$  (или  $M = 2$ ,  $T = 1$ ) [2 бода],  $E = 3$ ,  $И = 4$ ,  $K = 5$  (или било која друга комбинација слова  $E$ ,  $И$ ,  $K$  и цифара 3, 4, 5) [3 бода]. Најмањи збир који се добија је  $1 + 0 + 2 + 3 + 1 + 0 + 2 + 4 + 5 + 0 = 18$  [5 бодова].

## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
20.02.2022.

### IV разред

1. Израчунај вредност израза ако је умањеник производ бројева 1637 и 5, а умањилац количник бројева 1566 и 9.
2. Збир три броја је 2022. Ако први број смањиш за 111, други број смањиш за 170, а трећи број смањиш за 346, добијаш исте бројеве. Одреди та три броја.
3. Један часовник заостаје (касни) 6 секунди за пет дана. Које време ће показивати 7. марта 2022. године у подне, ако је подешен да показује тачно време 1. јануара 2022. године у подне?
4. Израчунај збир свих четвороцифрених бројева чији је производ цифара једнак 4.
5. Три праве деле правоугаоник на 6 једнаких квадрата (види слику). Ако је обим правоугаоника за 180 cm већи од обима једног квадрата, израчунај обиме правоугаоника и квадрата.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

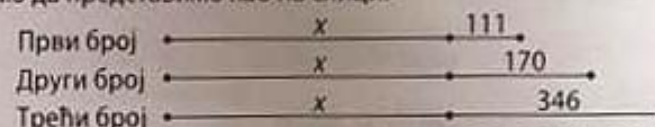
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 56/2) Како је  $1637 \cdot 5 = 8185$  [5 бодова] и  $1566 : 9 = 174$  [5 бодова], добијамо  $1637 \cdot 5 - 1566 : 9 = 8185 - 174 = 8011$  [10 бодова].

2. Означимо са  $x$  бројеве добијене након смањења. Тада бројеве можемо да представимо као на слици.



Сабирањем ова три броја добијамо  $3 \cdot x + 627 = 2022$ , одакле је  $x = 465$  [5 бодова]. Први сабирак је 576 [5 бодова], други сабирак је 635 [5 бодова], а трећи сабирак је 811 [5 бодова].

3. Од 1. јануара до 7. марта прође 65 дана [8 бодова]. Како је  $65 : 5 = 13$ , сат ће каснити  $13 \cdot 6 = 78$  секунди [4 бода], па ће 7. марта показивати 11 часова 58 минута 42 секунде [8 бодова].

4. (МЛ 56/2) Број 4 се као производ 4 цифре може написати на следеће начине  $4 = 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$  [2 бода]  $= 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$  [2 бода]. Помоћу цифара 4, 1, 1, 1 добијаш бројеве 4111, 1411, 1141 и 1114 [за сваки број по 1 бод]. Помоћу цифара 2, 2, 1, 1 добијаш бројеве 2211, 2121, 2112, 1122, 1212, 1221 [за сваки број по 1 бод]. Збир свих ових бројева је 17776 [6 бодова].

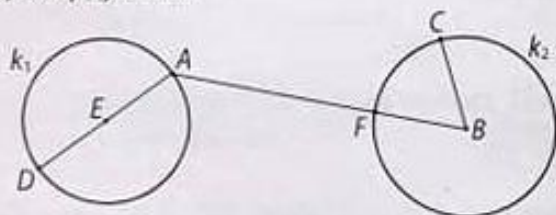
5. Обим правоугаоника састоји се од 10 страница квадрата [6 бодова] и већи је за 6 страница квадрата од обима квадрата. Ако страницу квадрата означимо са  $a$ , онда је  $6 \cdot a = 180$  cm, па је  $a = 30$  cm [4 бода]. Обим квадрата је 120 cm [5 бодова], а обим правоугаоника 300 cm [5 бодова].

## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа  
20.02.2022.

### V разред

1. На датој слици тачка  $E$  је центар кружнице  $k_1$ , а тачка  $B$  је центар кружнице  $k_2$ . Ако је полупречник кружнице  $k_1$  једнак 13 cm, дуж  $AB$  има дужину 53 cm и изломљена линија  $DABC$  има дужину 1 m, одреди дужину дужи  $AF$ .



2. Дат је низ слова  
КОЛИЧНИКОСТАТАККОЛИЧНИКОСТАТАККОЛИЧНИКОСТАТАК...  
Одредити 2022. слово у том низу.
3. На правој  $p$  дате су три тачке и дате су још три неколинеарне тачке које не припадају правој  $p$ . Колико дужи и колико највише правих је одређено овим тачкама?
4. Дати су скупови  $A$ ,  $B$  и  $C$  такви да је  $A \cap B \cap C = \emptyset$ . Ако скуп  $A \setminus B$  има 7 елемената, скуп  $C \setminus B$  има 8 елемената, скуп  $A \cap C$  има 2 елемента и  $A \cup B \cup C$  има 20 елемената, колико елемената има скуп  $B$ ?
5. Одреди цифре  $x$  и  $y$  тако да је производ троцифрених бројева  $\overline{12x}$  и  $\overline{34y}$  дељив са 15. Одреди сва решења.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/1) Нека је  $r$  полупречник кружнице  $k_2$ . Како је  $DA = 26$  cm,  $AB = 53$  cm и дужина изломљене линије  $DABC = DA + AB + BC$ , то је  $1$  m = 26 cm + 53 cm +  $r$  [5 бодова], одакле је  $r = 21$  cm [5 бодова]. Сада је  $AF = AB - BF = AB - r = 32$  cm [10 бодова].

2. (МЛ 55/1) Низ слова КОЛИЧНИКОСТАТАК, који се понавља, има 15 слова [2 бода]. Како је  $2022 = 15 \cdot 134 + 12$  [6 бодова], то је на 2022. месту дванаесто слово датог низа [10 бодова], а то је слово  $A$  [2 бода].

$P \bullet \quad \bullet N$

3. Означимо тачке као на слици. Дате тачке одређују 15 дужи [8 бодова].

Тачке  $A, B, C$  одређују једну праву [2 бода].

Тачке  $M, N, P$  одређују 3 праве [2 бода].

Свака од тачака  $A, B, C$  са сваком од тачака  $M, N, P$  одређује по једну праву, односно укупно 9 правих [2 бода]. Највећи број правих одређених свим тачкама је  $1 + 3 + 9 = 13$  [6 бодова].

(Признавати одговоре и у којима су набројане (тачно) све дужи, односно праве.)



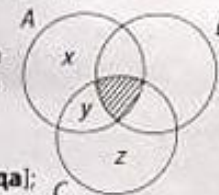
4. Означимо број елемената у појединим деловима скупова  $A, B$  и  $C$  као на слици. Како у пресеку сва три скупа нема елемената, онда је:

-  $y = 2$  јер скуп  $A \cap C$  има 2 елемента [4 бода];

-  $x + y = 7$  јер скуп  $A \setminus B$  има 7 елемената, па је  $x = 5$  [3 бода];

-  $y + z = 8$  јер скуп  $C \setminus B$  има 8 елемената, па је  $z = 6$  [3 бода].

Како  $A \cup B \cup C$  има 20 елемената, скуп  $B$  имаће  $20 - (x + y + z) = 20 - 13 = 7$  елемената [10 бодова].



5. Из  $15 \mid \overline{12x} \cdot \overline{34y}$  закључујеш да је бар један од ових бројева дељив са 3 и бар један дељив са 5.

1) Нека  $5 \mid \overline{12x}$ . Ако је  $x = 0$ , тада  $15 \mid 120$ , па је  $y \in \{0, 1, \dots, 9\}$  [5 бодова]. Ако је  $x = 5$ , тада мора  $3 \mid \overline{34y}$ , па је  $y \in \{2, 5, 8\}$  [5 бодова].

2) Нека  $5 \mid \overline{34y}$ . Ако је  $y = 0$ , тада мора  $3 \mid \overline{12x}$ , па је  $x \in \{0, 3, 6, 9\}$  [5 бодова].

Ако је  $y = 5$ , тада  $15 \mid 345$ , па је  $x \in \{0, 1, \dots, 9\}$  [5 бодова].

Дакле, задатак има 24 различита решења, јер се производи  $120 \cdot 340$ ,  $120 \cdot 345$  и  $125 \cdot 345$  понављају у по два случаја.

## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
20.02.2022.

### VI разред

- Петина оштрог угла  $\alpha$  правоуглог троугла  $ABC$  једнака је трећини оштрог угла  $\beta$  тог троугла. Упореди дужине страница троугла  $ABC$ .
- Одреди најмањи седмоцифрени број облика  $\overline{17x679y}$  ( $x$  и  $y$  су цифре) који је дељив са 45.
- Број 2022 написан је као производ пет различитих целих бројева. Одреди најмању вредност збира тих пет бројева.
- Да ли постоје прости бројеви  $p$  и  $q$  такви да је  $13p + 3q = 2022$ ?  
Ако постоје одреди сва решења. (Образложи одговор!)
- У троуглу  $ABC$  угао  $BAC$  је  $40^\circ$ , угао  $ABC$  је  $20^\circ$  и разлика дужина страница  $AB - BC$  је 10 cm. Ако симетрала угла  $ACB$  сече праву  $AB$  у тачки  $M$ , одреди дужину дужи  $CM$ .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

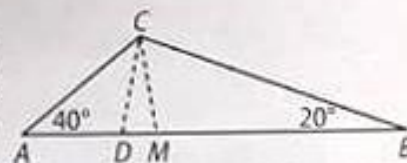
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- (МЛ 55/2) Како је  $\frac{a}{5} = \frac{\beta}{3}$ , то је  $a > \beta$  [8 бодова], па је и  $a > b$  [8 бодова]. Дакле,  $c > a > b$  [4 бода].
- (МЛ 55/2) Број је дељив са 45 ако је дељив и са 5 и са 9 [2 бода]. Дакле, мора да је  $y = 0$  или  $y = 5$  [3 бода] и  $9 \mid 1 + 7 + x + 6 + 7 + 9 + y$ , тј.  $9 \mid 30 + x + y$  [5 бодова]. Ако је  $y = 0$ , онда је  $x = 6$  [4 бода], а ако је  $y = 5$ , онда је  $x = 1$  [4 бода]. Од добијених бројева мањи је 1716795 [2 бода].
- Како је  $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$  и бројеви 2, 3, 337 су прости [1 бод], закључујеш да ако се број 2022 запише као производ 5 различитих целих бројева, два од њих морају по апсолутној вредности да буду једнака 1, а остали су по апсолутној вредности једнаки 2, 3, 337 [8 бодова]. Како су у питању различити бројеви, два од њих морају да буду 1 и  $-1$  [4 бода]. Производ преостала три је  $-2022$ . Најмањи збир је у случају  $-2, -3, -337$  [4 бода] и он је тада једнак  $-342$  [3 бода].
- Како  $3 \mid 2022$ ,  $3 \mid 3q$  и како су бројеви 3 и 13 узајамно прости, то  $3 \mid p$  [10 бодова], па је  $p = 3$  [2 бода]. Одавде је  $q = 661$  [2 бода]. Проверавајући да ли је број 661 дељив са 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и 23 закључујемо да је 661 прост број [6 бодова], па је једино решење задатка  $p = 3$ ,  $q = 661$ .  
Напомена. Уколико је само наведено решење без поступка бодовати са 3 бода.
- Нека је  $D$  тачка странице  $AB$  таква да је  $BD = BC$ . Тада је  $\triangle CDB$  једнакокраки, па је  $\angle BCD = \angle CDB = 80^\circ$  [4 бода]. Због  $\angle ACD = \angle DAC = 40^\circ$  биће  $AD = CD$  [4 бода]. У  $\triangle CDM$  је  $\angle CDM = \angle CMD = 80^\circ$  [2 бода], па је  $CM = CD = AD = AB - BD = AB - BC = 10$  cm [10 бодова].



## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
20.02.2022.

### VII разред

- Дат је ромб чија је једна дијагонала 90 cm, а површина  $5400 \text{ cm}^2$ . Израчунај полупречник уписане кружнице ромба.
- Дат је број  $x = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{19}$ . Поређај по величини бројеве  $x, x^2, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}$ .
- Обим трапеза је 135 cm. Дужи крак трапеза је дуг 36 cm и заклапа са краћом основицом угао од  $150^\circ$ . Краћи крак трапеза једнак је краћој основици и његова дужина износи 60% дужине дуже основице. Одредити површину тог трапеза.
- У продавницу је стигла кутија оловака и планирано је да се све продају по истој цени. Једна четвртина укупног броја оловака продата је по 5% вишој цени од планиране. Половина оловака продата је по 10% нижој цени од планиране. По колико процената вишој цени треба да се прода остатак робе да би била остварена зарада која је планирана када су оловке стигле?
- Одреди све троцифрене природне бројеве  $\overline{abc}$ , такве да је  $\sqrt{\overline{abc} + \sqrt{c}}$  такође природан број.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

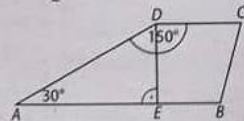
1. (МЛ 55/5) Нека је  $a$  страница ромба, а дијагонала  $d_1 = 90 \text{ cm}$  и  $d_2$ . Из  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  добијамо  $d_2 = 120 \text{ cm}$  [4 бода]. Из  $a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$  [4 бода] добијамо  $a = 75 \text{ cm}$  [2 бода]. Висина ромба једнака је  $h = \frac{P}{a} = 72 \text{ cm}$  [5 бодова], а полупречник уписаног круга  $r = \frac{h}{2} = 36 \text{ cm}$  [5 бодова].

2. (МЛ 55/2) Важи да је  $x = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{19} < \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = 1$  [10 бодова].

Због  $0 < x < 1$  важи  $x^2 < x$  [3 бода] и  $x < \frac{1}{x}$  [3 бода]. Како је  $\frac{1}{x} > 1$ , то је  $\frac{1}{x} < \frac{1}{x^2}$  [3 бода]. Дакле,  $x^2 < x < \frac{1}{x} < \frac{1}{x^2}$  [1 бод].

3. Нека је  $AD$  дужи крак, а  $AB$  дужа основица трапеза  $ABCD$ . Тада је  $AD = 36 \text{ cm}$  и  $BC = CD = 60\%AB$ . Из  $AB + 60\%AB + 60\%AB + 36 = 135$  [4 бода] добијамо да је  $AB = 45 \text{ cm}$  [4 бода], док је  $BC = CD = 27 \text{ cm}$  [2 бода]. Дуж  $DE$  је висина трапеза, па је  $\angle EDC = 90^\circ$  и  $\angle ADE = 60^\circ$  [2 бода]. Из правоуглог троугла  $AED$  налазимо да је  $AD = 2DE$ , па је  $DE = 18 \text{ cm}$  [4 бода]. Тражена површина је

$$P = \frac{AB + CD}{2} \cdot DE = 648 \text{ cm}^2 \text{ [4 бода].}$$



4. Означимо са  $x$  планирану зараду, а са  $y$  у тражени проценат увећања. Тада је

$$105\% \cdot \frac{1}{4} \cdot x + 90\% \cdot \frac{1}{2} \cdot x + (100 + y)\% \cdot \frac{1}{4} \cdot x = x \text{ [10 бодова];}$$

$$\frac{105}{400}x + \frac{90}{200}x + \frac{100 + y}{400}x = x;$$

$$x \cdot \left( \frac{105}{400} + \frac{90}{200} + \frac{100 + y}{400} \right) = x;$$

$$\frac{105}{400} + \frac{90}{200} + \frac{100 + y}{400} = 1;$$

$$385 + y = 400;$$

$$y = 15 \text{ [10 бодова].}$$

Дакле, остатак оловака треба продати по 15% вишој цени.

5. Ако је  $\sqrt{\overline{abc} + \sqrt{c}} = n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , тада је  $\sqrt{c} = n^2 - \overline{abc}$ , па закључујемо да број  $c$  мора да буде потпун квадрат, тј.  $c \in \{0, 1, 4, 9\}$  [8 бодова].

Како је  $n^2 = \overline{abc} + \sqrt{c}$  то  $c$  не може бити 1 или 9, јер би се тада квадрат броја завршавао цифром 2, што није могуће [2 бода].

Ако је  $c = 0$ , тада је  $n^2 = \overline{ab0}$ . Број  $\overline{ab0}$  је дељив са 10, па како је потпун квадрат, дељив је и са 100. Због тога у обзир долазе само бројеви 100, 400 и 900 [5 бодова].

Ако је  $c = 4$ , добијамо  $\overline{ab4} + 2 = n^2$ . Види се да је  $n$  двоцифрени број мањи од 30 који се завршава цифром 4 или 6. Постоје четири могућности:  $14^2 - 2 = 194$ ;  $16^2 - 2 = 254$ ;  $24^2 - 2 = 574$ ;  $26^2 - 2 = 674$  [5 бодова].

## ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
20.02.2022.

### VIII разред

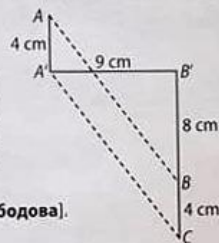
- Тачке  $A$  и  $B$  налазе се са разних страна равни  $\alpha$ . Тачка  $A$  је од равни  $\alpha$  удаљена 4 cm. Тачка  $B$  је од равни  $\alpha$  удаљена 8 cm. Израчунај дужину дужи  $AB$ , ако је дужина њене ортогоналне пројекције на равни  $\alpha$  једнака 9 cm.
- У равни је дато 8 тачака, међу којима су тачно четири тројке колинеарних тачака. Колико правих одређују ове тачке?
- Одреди реалан број  $a$  тако да једначине  $x \cdot \left(2a - \frac{2}{3}\right) = a - \frac{x}{3} + 4$  и  $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right) = x - \frac{x+1}{2}$  буду еквивалентне.
- Одреди збир свих решења једначине  $\|x - \sqrt{5}| - \sqrt{2}| = \sqrt{5}$ .
- У троугао  $ABC$  је уписан круг. Тангента тог круга паралелна са страницом  $AB$  сече странице  $BC$  и  $AC$  у тачкама  $M$  и  $N$ . Одреди дужину дужи  $MN$  ако су дужине страница троугла  $ABC$ :  $AB = 14$  cm,  $BC = 13$  cm и  $CA = 15$  cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

### VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- (МЛ 55/2) Означимо ортогоналне пројекције тачака  $A$  и  $B$  на равни  $\alpha$  са  $A'$  и  $B'$ , редом. Нека је  $C$  тачка праве  $BB'$  таква да је  $BC = 4$  cm и  $A'CBA$  је паралелограм. Тада је  $AB = AC$  [10 бодова]. Применом Питагорине теореме налазимо  $A'C = \sqrt{A'B'^2 + B'C^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$  cm [10 бодова].



- (МЛ 55/2) Када не би постојала ни једна тројка колинеарних тачака, број правих које одређују 8 тачака би био  $(8 \cdot 7) : 2 = 28$  [5 бодова]. Овај број треба умањити за  $4 \cdot 2 = 8$  јер свака од 4 тројки колинеарних тачака одређује једну, а не три праве [10 бодова]. Дакле, тражени број правих је  $28 - 8 = 20$  [5 бодова].

- Решење једначине  $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right) = x - \frac{x+1}{2}$  је број  $\frac{3}{4}$  [6 бодова], па ће једначине да буду еквивалентне ако је  $\frac{3}{4} \cdot \left(2a - \frac{2}{3}\right) = a - \frac{1}{4} + 4$  [8 бодова], одакле се добија  $a = \frac{17}{2}$  [6 бодова].

- Добија се  $|x - \sqrt{5}| - \sqrt{2} = \sqrt{5}$  или  $|x - \sqrt{5}| - \sqrt{2} = -\sqrt{5}$  [5 бодова]. У првом случају је  $|x - \sqrt{5}| = \sqrt{2} + \sqrt{5}$  одакле је  $x - \sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$  или  $x - \sqrt{5} = -\sqrt{2} - \sqrt{5}$ , тј.  $x = \sqrt{2} + 2\sqrt{5}$  или  $x = -\sqrt{2}$  [8 бодова]. У другом случају је  $|x - \sqrt{5}| = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$ , па у овом случају нема решења [5 бодова]. Дакле, једначина има два решења:  $x_1 = \sqrt{2} + 2\sqrt{5}$  и  $x_2 = -\sqrt{2}$ . Тражени збир је  $\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - \sqrt{2} = 2\sqrt{5}$  [2 бодова].

- Користећи Херонов образац (или на неки други начин), добијамо да је површина троугла  $ABC$  једнака  $84$  cm<sup>2</sup> [4 бода]. Висину  $CD$  троугла  $ABC$ , која одговара страници  $AB$ , добијамо из површине троугла  $CD = \frac{2P}{AB} = 12$  cm [4 бода]. Означимо полупречник уписаног круга са  $r$ . Како је површина троугла  $ABC$  једнака  $P = \frac{AB \cdot r}{2} + \frac{BC \cdot r}{2} + \frac{AC \cdot r}{2}$  добијамо да је  $r = 4$  cm [4 бода]. Сада је висина  $CE$  троугла  $NMC$  једнака  $CE = CD - DE = CD - 2r = 4$  cm [4 бода]. Из сличности троуглова  $ABC$  и  $NMC$  имамо да је  $AB : NM = CD : CE$ , одакле је  $NM = \frac{14}{3}$  cm [4 бода].

