

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
ОДСЕК ЗА ФИЗИКУ ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА
НИШ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ ПМФ НОВИ САД

Републичко такмичење за ученике основних школа, школска 2007/2008.

б. разред

1. Из градова А и Б, чија је удаљеност $d = 297\text{km}$ истовремено су, један другом у сусрет, кренула два аутомобила. Брзина једног од њих (оног који полази из Б) је за $\Delta v = 10\text{km/h}$ већа од брзине другог. Након два сата путовања остало им је још $d_1 = 77\text{km}$ до сусрета. Колика је брзина сваког од аутомобила. Колико времена је протекло од почетка кретања до сусрета и на ком растојању од А су се срели? Колико времена касније треба да крене бржи аутомобил да би се сусрет одиграо на половини пута?

2. Возило је прву половину пута прешло брзином $v_1 = 50\text{km/h}$. На преосталом делу пута половину времена кретало се брзином $v_2 = 25\text{km/h}$ а другу половину времена брзином $v_3 = 35\text{km/h}$. Одредити средњу брзину на целом путу.

3. Јован је намеравао да путује возом. Кад је стигао на жељезничку станицу сазнао је да је воз већ отишао. У намери да стигне воз сео је у такси, који се креће сталном брзином $v_1 = 90\text{km/h}$, и кренуо путем који је паралелан са пругом. Схватио је да му је вожња таксијем прескупа и после неког времена прелази у аутобус, и у некој од успутних станица стиже истовремено са возом и прелази у њега. Да је све време путовао таксијем он би воз стигао 20 минута раније, у месту које је $s = 30\text{km}$ удаљено од места где је из таксија прешао у аутобус. Воз све време путује брзином $v = 60\text{km/h}$. Одредити брзину аутобуса и време које је Јован провео у аутобусу. Времена преласка из једног у друго превозно средство занемарити.

4. Између Горњег и Доњег града на реци саобраћа брод који развија брзину $v = 18\text{km/h}$ у односу на воду. За пут од Горњег до Доњег града и назад (без задржавања) њему је потребно укупно време $t = 3\text{h}$. Путовање узводно траје $\Delta t = 40\text{min}$ дуже него низводно. Одредити брзину реке, растојање међу градовима и времена путовања узводно и низводно. Колика би требало да буде брзина реке (при истој брзини брода) па да путовање узводно траје дупло дуже него низводно?

5. Два тега чији је однос маса 3 обешена су истовремено о опругу и она се истегла за $\Delta \ell_1 = 0,02\text{m}$. Ако теговима на опрузи додамо још један тег који има масу једнаку половини масе већег тега опруга се истегне за $\Delta \ell_2$. Уколико додатни тег скинемо и уместо њега ставимо тег који има масу једнаку двострукој маси мањег тега опруга се истегне за $\Delta \ell_3$. Одредити истезања $\Delta \ell_2$ и $\Delta \ell_3$.

Сваки задатак вреди 20 поена

Задатке припремио: др Мирослав Николић

Рецензент: др Надежда Новаковић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

Свим такмичарима желимо успешан рад!

Републичко такмичење за ученике основних школа

6. разред, Решења

1. Нека су брзине аутомобила v_a и $v_b = v_a + \Delta v$. Према услову задатка је $v_a t + v_b t + d_1 = d$, (2) што сређивањем даје $v_a = \frac{d - d_1 - \Delta v t}{2t}$ (2). Замена бројних вредности даје: $v_a = 50 \text{ km/h}$ (2) и $v_b = 60 \text{ km/h}$ (2). Да би израчунали време сусрета пишемо $v_a t_s + v_b t_s = d$ (2) па је $t_s = \frac{d}{v_a + v_b}$ (2), односно $t_s = 2,7 \text{ h} = 2 \text{ h } 42'$ (2). Место сусрета је удаљено од А за $x = v_a t_s$ а то је $x = 135 \text{ km}$ (2). Да би се сусрет одиграо на половини растојања пишемо $v_a t_1 = \frac{d}{2}$ (2) и $v_b (t_1 - \Delta t) = \frac{d}{2}$. Из прве налазимо $t_1 = \frac{d}{2v_a}$ односно $t_1 = 2,97 \text{ h}$. Из друге налазимо $\Delta t = t_1 - \frac{d}{2v_b}$ (2) односно $\Delta t = 0,495 \text{ h} = 29,7 \text{ min}$. (2)

2. Средња брзина је по дефиницији $v_s = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$. (3) По услову задатка $s_1 + s_2 + s_3 = s$, $t_1 = \frac{s/2}{v_1} = \frac{s}{2v_1}$ (2). Такође је $s_2 + s_3 = \frac{s}{2}$ и $t_2 = t_3$ односно $s_2 v_3 = s_3 v_2$ (2) одакле одређујемо $s_2 = \frac{sv_2}{2(v_2 + v_3)}$ и $s_3 = \frac{sv_3}{2(v_2 + v_3)}$ односно $t_2 = t_3 = \frac{s}{2(v_2 + v_3)}$ (4). Заменом у израз за средњу брзину и сређивањем добијамо $v_s = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3}$, (7) односно $v_s = 37,5 \text{ km/h}$. (2)

3. Све временске интервале меримо од поласка воза. Нека је T време путовања воза док га Јован не стигне. t_1 време протекло од поласка воза до тренутка када Јован улази у аутобус а Δt време Јовановог кашњења на полазак воза. Једнакост пређених путева до Јовановог уласка у воз даје релацију

$$vT = v_1(t_1 - \Delta t) + v_2(T - t_1) \dots \dots \dots (1) \quad (3)$$

Да је Јован све време до стицања воза путовао таксијем важило би

$$v(T - \tau) = v_1(T - \tau - \Delta t) \dots \dots \dots (2) \quad (3)$$

где је $\tau = 1/3 \text{ h}$ дато условом задатка. Растојање од уласка Јована у аутобус до сусрета који би се одиграо да није напуштао такси даје нову једначину

$$s = v_1(T - \tau - t_1) \dots \dots \dots (3) \quad (4)$$

где је $s = 30 \text{ km}$ дато условом задатка. Ако одузмемо другу једначину од прве добијамо

$$v\tau = v_1 t_1 + v_2(T - t_1) - v_1(T - \tau) \dots \dots \dots (4) \quad (2)$$

Из треће једначине лако налазимо $T - \tau = \frac{s}{v_1} + t_1$ и $T - t_1 = \frac{s}{v_1} + \tau$, што заменом у (4) даје

израз за одрђивање брзине аутобуса $v_2 = \frac{v_1(v\tau + s)}{v_1\tau + s}$ (4) Замена бројних вредности даје

$v_2 = 75 \text{ km/h}$ (2). Време које је Јован провео у аутобусу је $t_2 = T - t_1 = \frac{s}{v_1} + \tau$ и износи

$t_2 = 40 \text{ min}$ (2).

4. Из релација $t_1 + t_2 = t$ и $t_2 - t_1 = \Delta t$ налазимо $t_1 = \frac{t - \Delta t}{2}$ и $t_2 = \frac{t + \Delta t}{2}$ или бројно

$t_1 = \frac{7}{6} \text{ h} = 70 \text{ min}$ (2) и $t_2 = \frac{11}{6} = 110 \text{ min}$ (2). Према услову задатка $(v + u)t_1 = (v - u)t_2$ (4) а

одавде је $u = \frac{v\Delta t}{t}$ односно $u = 4 \text{ km/h}$ (3). Растојање између градова је $L = (v + u)t_1$ односно

$L = 25,67 \text{ km}$ (2). Из релације $(v + u_1)t' = (v - u_1)2t'$ (4) налазимо $u_1 = \frac{v}{3}$ односно $u_1 = 6 \text{ km/h}$ (2).

5. Нека је $m_2 = 3m_1$. Из односа $\frac{G(m_1 + 3m_1)}{\Delta l_1} = \frac{G(m_1 + 3m_1 + \frac{3}{2}m_1)}{\Delta l_2}$ (6) налазимо

$\Delta l_2 = \frac{11}{8} \Delta l_1$ (2) односно $\Delta l_2 = 2,75 \text{ cm}$ (2). Однос

$\frac{G(m_1 + 3m_1)}{\Delta l_1} = \frac{G(m_1 + 3m_1 + 2m_1)}{\Delta l_3}$ (6) даје $\Delta l_3 = \frac{3}{2} \Delta l_1$ (2) односно $\Delta l_3 = 3 \text{ cm}$ (2).